XXVIII KONKURS MATEMATYCZNY MAŁACHOWIAK (2024/2025)

Imię:

Nazwisko:

Nazwa Szkoły:

.....

.....

.....

W zadaniach 1–6 w miejsce kratek prosimy wpisać TAK – w przypadku, kiedy odpowiedź jest prawdziwa oraz NIE – w przypadku, kiedy odpowiedź jest fałszywa.

Zadanie 1. O liczbie $x > 0$ wiadomo, że $x + \frac{2}{x} = 3$. A zatem:

	$x^2 + \frac{4}{x^2} = 5$
	jest tylko jedna liczba całkowita x spełniająca podany warunek
	liczba x jest mniejsza od 1.

Zadanie 2. Niech a, b, c oznaczają boki pewnego trójkąta, natomiast h_a, h_b, h_c oznaczają wysokości poprowadzone odpowiednio do boków a, b, c. Wiadomo, że $h_a = h_b + h_c$ oraz $b = 5$ i $c = 4$. Stąd:

	$a = 3$
	trójkąt jest prostokątny
	bok a ma długość mniejszą niż 3.

Zadanie 3. O liczbie całkowitej k wiadomo, że nie jest podzielna przez 3. Zatem liczba $(k^2 - k) \cdot (k + 1)$ jest zawsze:

	nieparzysta
	podzielna przez 6
	podzielna przez 3.

BRUDNOPIS

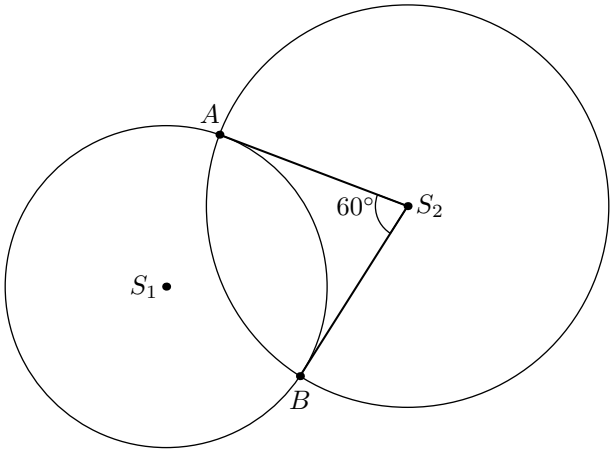
Zadanie 4. W trapezie równoramiennym $ABCD$ przekątna AC jest prostopadła do boku BC. Wiadomo ponadto, że $|AB| = 8$ oraz $|BC| = 4$. Stąd:

- ☐ pole trapezu $ABCD$ jest równe $6\sqrt{3}$
- ☐ obwód trapezu $ABCD$ jest równy 20
- ☐ kąt rozwarty trapezu $ABCD$ ma miarę $120°$.

Zadanie 5. Samochód przebył drogę z miejscowości A do B w czasie 50 minut. W drodze powrotnej kierowca postanowił przyspieszyć i czas przejazdu skrócił się o 4%. A zatem:

- ☐ prędkość samochodu w drodze z B do A była o 4% większa niż prędkość z A do B
- ☐ drogę z B do A samochód pokonał w $0,8h$
- ☐ gdyby w drodze z B do A jechał z prędkością o połowę większą niż z A do B, to jego czas przejazdu wyniósłby mniej niż 30 minut.

Zadanie 6. Na rysunku poniżej przedstawiono dwa okręgi, jeden o środku w punkcie S_1 i promieniu 4, drugi o środku w punkcie S_2 i promieniu 5. Okręgi te przecinają się w punktach A i B. Ponadto miara kąta $\angle BS_2A$ jest równa $60°$ (patrz rysunek).



Stąd:

- ☐ długość odcinka AB wynosi 5
- ☐ długość odcinka S_1S_2 jest równa $\frac{\sqrt{3}(5+\sqrt{13})}{2}$
- ☐ $1 < |S_1S_2| < 9$.

BRUDNOPIS

Zadanie 7. Dany jest trójkąt prostokątny ABC, w którym kąt BAC jest prosty oraz $|AC| = 6$ i $|AB| = 8$. Z wierzchołka A poprowadzono odcinek AS, gdzie S jest środkiem boku BC oraz wysokość AT. Oblicz pole trójkąta AST.

Zadanie 8. Wiedząc, że $a = \dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ oraz $b = \dfrac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$, oblicz wartość wyrażenia

$$\frac{a-b}{ab\sqrt{a}-ab\sqrt{b}} : \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2ab}$$

Zadanie 9. W sześcianie $ALGORYTM$ punkt S jest środkiem symetrii ściany bocznej $OGTM$. Wiedząc, że $|AS| = 6$, oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość sześcianu $ALGORYTM$.

