XXVIII KONKURS MATEMATYCZNY MAŁACHOWIAK (2024/2025)

Imię:

Nazwisko:

Data urodzenia: – –

Miejsce urodzenia:

Pełna nazwa szkoły:

email rodzica/opiekuna:

telefon kontaktowy rodzica/opiekuna: – –

UWAGA: wypełnij rejestracyjny formularz uczestnika dostępny na stronie internetowej konkursu

Imię: | | | | | | | | | | | | | |

Nazwisko: | | | | | | | | | | | | | |

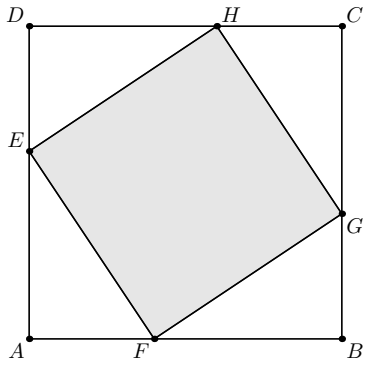
Konkurs Matematyczny
MAŁACHOWIAK

W zadaniach 1–6 w miejsce kratek prosimy wpisać TAK – w przypadku, kiedy odpowiedź jest prawdziwa oraz NIE – w przypadku, kiedy odpowiedź jest fałszywa.

Zadanie 1. W trapezie równoramiennym suma długości podstaw wynosi 10, a różnica długości postaw wynosi 4. Wysokość tego trapezu ma długość 5. A zatem:

	przekątne tego trapezu mają długość $5\sqrt{2}$;
	krótsza podstawa tego trapezu ma długość 3;
	obwód tego trapezu wynosi $2(5+\sqrt{29})$.

Zadanie 2. W kwadracie $ABCD$ punkty E, F, G oraz H dzielą każdy z boków w stosunku $2:3$ (patrz rysunek).



Stąd:

	pole czworokąta $EFGH$ stanowi 52% pola kwadratu $ABCD$;
	czworokąt $EFGH$ jest rombem;
	obwód czworokąta $EFGH$ jest o połowę mniejszy od obwodu kwadratu $ABCD$.

Zadanie 3. W równoległoboku wysokości poprowadzone z wierzchołka kąta rozwartego mają długości 4 cm oraz 6 cm, a kąt między nimi ma miarę 30°. A zatem:

	obwód tego równoległoboku to 20 cm;
	pole tego równoległoboku wynosi 32 cm^2;
	kąt rozwarty tego równoległoboku ma miarę 120°.

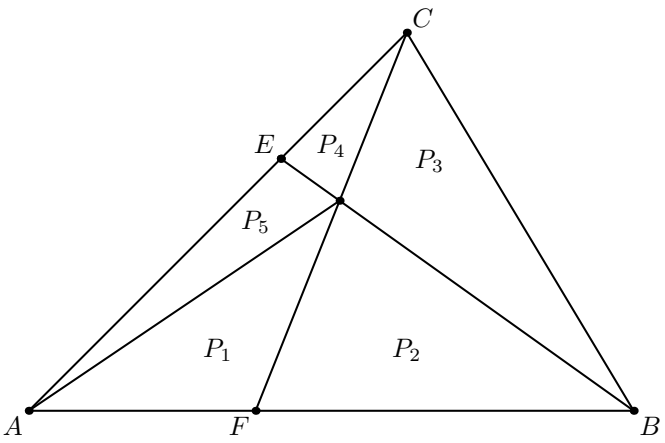
Zadanie 4. Wiadomo, że k jest liczbą nieparzystą.

	liczba $k^2 - 1$ jest liczbą parzystą;
	istnieje takie k, aby k^2 było liczbą pierwszą;
	liczba $3k^2 + 1$ jest parzysta.

Zadanie 5. Liczba $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + ... + \frac{1}{20 \cdot 21}$ jest:

	większa od $\frac{1}{2}$;
	niewymierna;
	równa $\frac{1}{2}$.

Zadanie 6. W trójkącie ABC poprowadzono odcinek CF, który podzielił bok AB w stosunku $3 : 5$ oraz odcinek BE, który podzielił bok AC w stosunku $4 : 2$ (patrz rysunek).



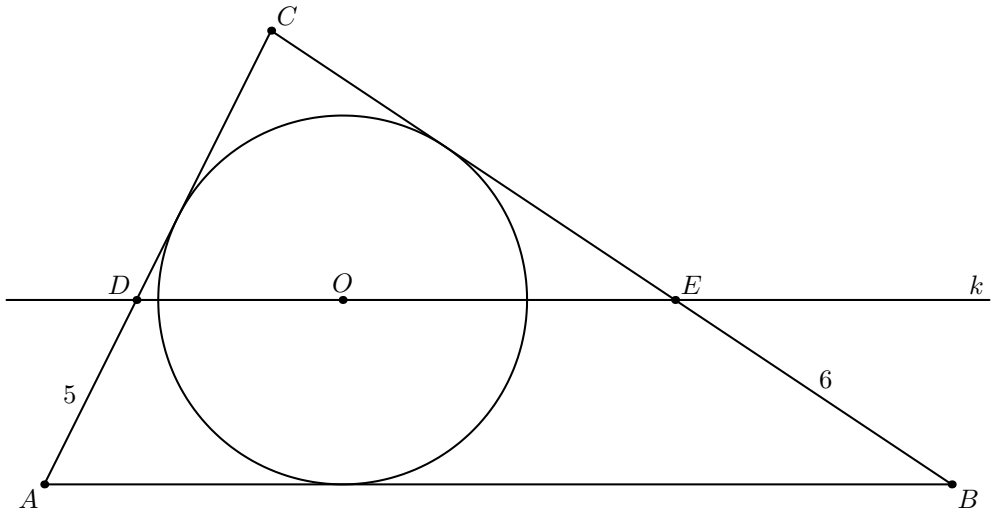
A zatem:

	pole P_5 jest dwa razy większe od pola P_4;
	pole P_2 jest o 25% większe od pola P_3;
	pole P_2 jest o 40% mniejsze od pola P_1.

Zadanie 7. Wiedząc, że $x > y \geqslant 0$ uzasadnij, że prawdziwa jest nierówność:

$$\frac{x+y}{2} + \sqrt{xy} \geqslant \frac{(x-y)^2}{8x}$$

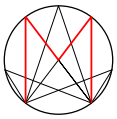
Zadanie 8. W trójkąt ostrokątny ABC wpisano okrąg o środku w punkcie O. Przez punkt O poprowadzono prostą k równoległą do boku AB tego trójkąta, która przecięła boki AC oraz BC w punktach odpowiednio D oraz E. Wiedząc, że $|AD| = 5$ oraz $|BE| = 6$, oblicz długość odcinka DE.



Wskazówki:
1. okrąg wpisany w trójkąt jest okręgiem stycznym do wszystkich boków trójkąta;
2. promień poprowadzony do punktu styczności jest prostopadły do stycznej (boku).

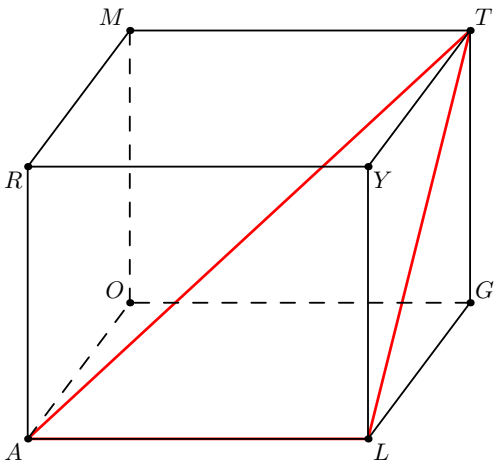
Imię:

Nazwisko:



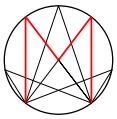
Konkurs Matematyczny
MAŁACHOWIAK

Zadanie 9. W sześcianie $ALGORYTM$ o krawędzi 15 przekątna AT sześcianu, przekątna LT ściany bocznej $LGTY$ oraz krawędź podstawy AL utworzyły trójkąt ALT (patrz rysunek). Oblicz długość wysokości tego tego trójkąta poprowadzonej do boku AT.



Imię:

Nazwisko:



Konkurs Matematyczny
MAŁACHOWIAK