XXVII KONKURS MATEMATYCZNY MAŁACHOWIAK (2023/2024)

Imię: | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Nazwisko: | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Data urodzenia: .....

Miejsce urodzenia: .....

Nazwa Szkoły: .....

.....

email rodzica/opiekuna: .....

telefon kontaktowy rodzica/opiekuna: .....

Imię: | | | | | | | | | | | | | | |

Nazwisko: | | | | | | | | | | | | | | |

Konkurs Matematyczny
MAŁACHOWIAK

W zadaniach 1–6 w miejsce kratek prosimy wpisać TAK – w przypadku, kiedy odpowiedź jest prawdziwa oraz NIE – w przypadku, kiedy odpowiedź jest fałszywa.

Zadanie 1. Jedna ekipa remontowa wykonuje pewną pracę w ciągu 9 godzin, druga ekipa – tę samą pracę w ciągu 6 godzin, a trzecia ekipa w ciągu 18 godzin. Wówczas:

	wszystkie trzy ekipy pracując razem wykonają tę pracę w ciągu 6 godzin;
	wszystkie trzy ekipy pracując razem wykonają tę pracę w ciągu 3 godzin;
	ekipa pierwsza i trzecia pracując razem wykonają tę pracę w tym samym czasie, co ekipa druga.

Zadanie 2. Wartość wyrażenia $2023 : \left(1 - \frac{1}{2024}\right) - \left(1 - \frac{2024}{2023}\right) : \frac{1}{2023}$

	jest liczbą pierwszą;
	wynosi 2025;
	jest liczbą podzielną przez 9.

Zadanie 3. Dany jest trójkąt, w którym dwa boki mają długość 3 i 12, a kąt między nimi zawarty ma miarę $60°$. Wówczas:

	pole tego trójkąta wynosi $9\sqrt{3}$;
	obwód tego trójkąta wynosi $\sqrt{117} + 18$;
	ten trójkąt jest ostrokątny.

Zadanie 4. Pan Jan w styczniu zarobił 3000 zł, zaś pan Wojtek 4000 zł. W lutym zarobek pana Jana zwiększył się o $13\frac{1}{3}\%$ w stosunku do pensji styczniowej, ale łączna suma zarobków obu panów się nie zmieniła. Zatem:

- ☐ pan Jan zarobił w lutym o 15% więcej niż pan Wojtek w styczniu;
- ☐ pan Wojtek zarobił w styczniu o 15% więcej niż pan Jan w lutym;
- ☐ zarobek pana Wojtka w lutym był o 10% mniejszy niż jego zarobek w styczniu.

Zadanie 5. Liczba $8 \cdot 3^{54} - 4 \cdot 3^{55} + 2 \cdot 3^{56}$ jest:

- ☐ podzielna przez 21;
- ☐ podzielna przez 6;
- ☐ parzysta.

Zadanie 6. W równoległoboku o boku 4 cm, w którym przekątne są jednocześnie dwusiecznymi kątów, kąt ostry ma miarę 30°. Zatem:

- ☐ wysokość tego równoległoboku ma długość 3 cm;
- ☐ dłuższa przekątna ma długość $4\sqrt{2+\sqrt{3}}$ cm;
- ☐ krótsza przekątna jest prostopadła do jednego z boków tego równoległoboku.

Zadanie 7. Wiedząc, że $x = \sqrt{5} - 2$ oraz $y = 2 + \sqrt{5}$, oblicz wartość wyrażenia

$$\frac{xy}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} : \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x - y}.$$

Zadanie 8. W trapezie równoramiennym przekątna, która jest jednocześnie dwusieczną kąta ostrego ma długość $3\sqrt{3}$ i jest prostopadła do ramienia. Oblicz pole i obwód tego trapezu.

Zadanie 9. Dany jest kwadrat $ABCD$. Na boku BC zbudowano trójkąt równoboczny CBE. Następnie narysowano kwadrat $AEFG$ (patrz rysunek). Uzasadnij, że trójkąt BFG jest równoramienny.

