XXV KONKURS MATEMATYCZNY MAŁACHOWIAK (2021/2022)

Imię: | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Nazwisko: | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Nazwa Szkoły: .....

.....

Adres Szkoły: .....

.....

email rodzica/opiekuna: .....

telefon kontaktowy rodzica/opiekuna: .....

W zadaniach 1–6 w miejsce kratek prosimy wpisać TAK – w przypadku, kiedy odpowiedź jest prawdziwa oraz NIE – w przypadku, kiedy odpowiedź jest fałszywa.

Zadanie 1. Dana jest liczba

$$k = \frac{3^{100} - 2 \cdot 3^{98}}{9^{49} \cdot 7}.$$

A zatem:

	liczba $k + 3$ jest podzielna przez 2;
	liczba $2k$ jest podzielna przez 4;
	liczba k jest liczbą pierwszą;
	liczba k jest nieparzysta.

Zadanie 2. Dany jest trapez równoramienny $ABCD$, w którym dłuższa podstawa jest dwa razy dłuższa od ramienia długości 3, a kąt ostry tego trapezu ma miarę $60°$. Wówczas:

	obwód trapezu $ABCD$ jest równy 15;
	pole trapezu $ABCD$ jest równe $\frac{27\sqrt{3}}{7}$;
	przekątna trapezu $ABCD$ jest prostopadła do ramienia;
	kąt rozwarty tego trapezu ma miarę $100°$.

Zadanie 3. Liczba $2a + 3b$ jest podzielna przez 3. Zatem:

	liczby a oraz b są podzielne przez 3;
	liczba a jest podzielna przez 3;
	suma cyfr liczby $2a$ jest podzielna przez 3;
	iloczyn cyfr liczby $2a + 3b$ jest podzielny przez 3.

Zadanie 4. O dodatnich liczbach x i y wiadomo, że $x \cdot y > \frac{1}{4}$. Zatem:

	każda z liczb x oraz y musi być większa od $\frac{1}{2}$;
	każda z liczb x oraz y musi być większa od $\frac{1}{4}$;
	każda z liczb x oraz y musi być liczbą wymierną;
	$x^2 + y^2 > \frac{1}{2}$.

Zadanie 5. Liczba $\left[3-(3-(3-3^{-1})^{-1})^{-1}\right]^{-1}$ jest:

- ☐ całkowita;
- ☐ niewymierna;
- ☐ mniejsza od $\frac{21}{50}$;
- ☐ większa od $\frac{1}{2}$.

Zadanie 6. Cenę telewizora podwyższono o 30%, a następnie obniżono o 30%. W wyniku tego cena telewizora:

- ☐ nie zmieniła się;
- ☐ stanowi 91% ceny początkowej;
- ☐ zmniejszyła się o 9%;
- ☐ zwiększyła się o 9%.

Zadanie 7. Wiedząc, że $x \cdot y \cdot z = 1$, oblicz wartość wyrażenia

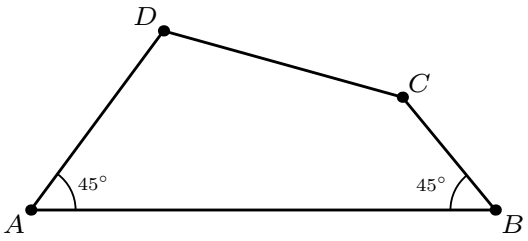
$$\frac{2}{1+x+xy} + \frac{2}{1+y+yz} + \frac{2}{1+z+zx}.$$

Zadanie 8. Oblicz

$$\frac{3}{2\cdot 5}+\frac{3}{5\cdot 8}+\frac{3}{8\cdot 11}+\ldots+\frac{3}{98\cdot 101}.$$

Wynik przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego.

Zadanie 9. W czworokącie wypukłym $ABCD$ (patrz rysunek), w którym $|\angle DAB| = |\angle CBA| = 45°$, dane są $|AD| = 5$, $|AB| = 7\sqrt{2}$, $|BC| = 2$. Wyznacz długość boku CD.



Zadanie 10. Dany jest czworokąt $ABCD$ (patrz rysunek), w którym $|\angle BCD| = 90°$, $|DS| = |SB|$, $|AB| = 5$. Odcinek DE jest wysokością trójkąta rozwartokątnego ABD i $|DE| = 4$ oraz $|EA| = 3$. Oblicz długość przekątnej AC, pole oraz obwód czworokąta $ABCD$.

