Imię: | | | | | | | | | | | | | | |

Nazwisko: | | | | | | | | | | | | | | |

Konkurs Matematyczny MAŁACHOWIAK

XXIII KONKURS MATEMATYCZNY MAŁACHOWIAK (2019/2020)

W zadaniach 1–6 w miejsce kratek prosimy wpisać TAK – w przypadku, kiedy odpowiedź jest prawdziwa oraz NIE – w przypadku, kiedy odpowiedź jest fałszywa.

Zadanie 1. Istnieją takie liczby rzeczywiste x, y, z, że wśród liczb $x \cdot y, y \cdot z, x \cdot z$ są dokładnie:

☐ trzy ujemne;

☐ dwie dodatnie;

☐ jedna dodatnia;

Zadanie 2. W sklepie sportowym rolki i łyżwy mają taką samą cenę. Cenę rolek najpierw podniesiono o 10%, a następnie nową cenę obniżono o 5%. Z kolei cenę łyżew najpierw obniżono o 5%, a następnie nową cenę podniesiono o 10%. W wyniku tych zmian:

☐ cena rolek jest większa od ceny łyżew;

☐ cena łyżew jest równa cenie rolek;

☐ cena rolek jest mniejsza od ceny łyżew;

Zadanie 3. Liczba $9^{11} + 11^9$ jest:

☐ nieparzysta;

☐ podzielna przez 10;

☐ podzielna przez 5;

Zadanie 4. Liczba $\dfrac{2^{21} + 2^{22} + 2^{23}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{(-1)^2 + 63}}}}$ jest:

☐ niewymierna;

☐ podzielna przez 7;

☐ całkowita;

Zadanie 5. Liczby dodatnie w, x, y, z spełniają warunki $w < x$ oraz $y < z$. Zatem:

☐ $w + y < x + z$;

☐ $w \cdot y < x \cdot z$;

☐ $w - y < x - z$;

Zadanie 6. Cyfry $1, 2, 3, 4, 5$ można ustawić w takiej kolejności, aby otrzymana liczba pięciocyfrowa była podzielna przez:

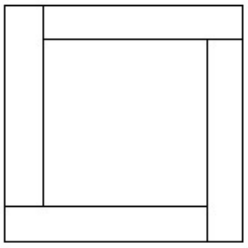
☐ 4;

☐ 6;

☐ 9;

Zadanie 7. Oblicz pole trapezu, o którym wiadomo, że jego wysokość ma długość 7 cm, a przekątne przecinają się pod kątem prostym.

Zadanie 8. Kwadrat o boku długości 8 cm podzielono na mniejszy kwadrat i cztery jednakowe prostokąty jak na rysunku. Każda z pięciu figur ma taki sam obwód. Oblicz pole małego kwadratu.



Zadanie 9. W prostokącie $ABCD$ z wierzchołka B poprowadzono półprostą przez środek S boku CD przecinającą przedłużenie boku AD w punkcie E. Wykaż, że pole trapezu $ABSD$ jest trzy razy większe od pola trójkąta DSE.

Zadanie 10. W trójkącie prostokątnym ABC przedłużono przeciwprostokątną AB i odłożono odcinek AD równy odcinkowi AC oraz odcinek BE równy odcinkowi BC. Oblicz miarę kąta DCE.

Zadanie 11. Wykaż, że jeżeli $a+b+c=9$ oraz

$$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}=\frac{9}{10},$$

to

$$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}=5,1.$$