XXI KONKURS MATEMATYCZNY
MAŁACHOWIAK
(2017/2018)

Zadania I etapu

Zadanie 1. Oblicz wartość wyrażenia:

$$\frac{\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2}{\left(2\sqrt{3}-1\right)\left(4\sqrt{3}+2\right)}.$$

Zadanie 2. Antek, Bartek i Franek spotkali się po lekcjach. Każdy z nich miał pewną kwotę pieniędzy. Antek zauważył, że gdyby Bartek i Franek dali mu po połowie swoich pieniędzy, to miałby 17 złotych na bilet do kina. Wówczas Bartek powiedział, że jeśli Antek i Franek daliby mu po jednej trzeciej swoich kwot, to też miałby 17 złotych. Na co Franek stwierdził, że gdyby pozostali chłopcy dali mu po jednej czwartej tych pieniędzy, które każdy przyniósł, to on również miałby 17 złotych. Z jaką kwotą pieniędzy przyszedł na spotkanie każdy z chłopców?

Zadanie 3. Wykaż, wykorzystując wzory skróconego mnożenia, że dla każdej liczby naturalnej n większej niż 1, liczba postaci

$$n^4+2n^3+n^2-1$$

jest złożona.

Zadanie 4. Dwa okręgi o równych promieniach o długości r są styczne zewnętrznie. Prosta k jest styczna do obu okręgów i jest równoległa do prostej łączącej środki okręgów. Narysowano trzeci okrąg jednocześnie styczny zewnętrznie do obu okręgów i do prostej k. Wyznacz długość promienia trzeciego okręgu.

Zadanie 5. Trapez $ABCD$ jest wpisany w okrąg ($|AB| > |CD|$). Przekątna trapezu AC jest prostopadła do ramienia BC i tworzy z podstawą AB kat o mierze 30°. Oblicz długości boków i miary kątów tego trapezu wiedząc, że $|AC| = 10\,\text{cm}$.

Dowolną liczbę rozwiązanych zadań należy przysłać do ***30 grudnia 2017 r.*** *na adres:*
Liceum Ogólnokształcące im. Marsz. St. Małachowskiego
ul. Małachowskiego 1, 09-400 Płock
lub oddać w sekretariacie szkoły.